総合職試験・一般職試験（大卒程度試験）・
障害者（係員級）採用試験（大卒程度試験）共通 物理学

問題 1〜問題 4 の中から，3 問選択して解答しなさい．

問題 1

密度 ρ，ヤング率 E，およびポアソン比 μ が，一様で一定の等方的弾性体中を伝播する波は，次の偏微分方程式で記述される．

$$\rho\partial_t^2\boldsymbol{u}=\frac{E}{2(1+\mu)}\left[\nabla^2\boldsymbol{u}+\frac{1}{1-2\mu}\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{u})\right] \tag{i}$$

ただし，$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)$ は弾性体中の点 $\boldsymbol{r}$，時間 t における弾性体の変位を表す．また，$0<\mu<1/2$ とする．以下の問に答えよ．

(1) $\boldsymbol{u}_0$ および $\boldsymbol{k}$ を定数ベクトル，ω を正の定数とする．$\boldsymbol{u}_0$，$\boldsymbol{k}$，ω がある条件式をみたすとき，次式が式 (i) の解となる．その条件式を求めよ．

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{u}_0\exp(\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)) \tag{ii}$$

(2) 式 (ii) によって記述される波の伝播する方向が，ベクトル $\boldsymbol{k}$ の方向と一致することを説明せよ．

(3) 式 (ii) で記述される波を平面波とよぶ．なぜ平面波とよぶか，その理由を簡潔に説明せよ．

(4) 式 (ii) により，弾性体中を伝播する縦波と横波を記述することができる．縦波の速さ v_ℓ と横波の速さ v_t を求めよ．

(5) $v_\ell>\sqrt{2}v_t$ が成り立つことを示せ．

問題 2

$q > 0$ として，点 $\boldsymbol{R} + \boldsymbol{d}/2$ に電荷 q が，点 $\boldsymbol{R} - \boldsymbol{d}/2$ に電荷 $-q$ が配置されている．このような正負の電荷の配置を電気双極子とよび，$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$ を双極子モーメントとよぶ．真空の誘電率を ε_0 として，以下の問に答えよ．

(1) 点 $\boldsymbol{r}$ における静電ポテンシャルが $\phi_0(\boldsymbol{r})$ の電場 $\boldsymbol{E} = -\nabla\phi_0$ が存在するとき，この電場中における電気双極子のエネルギー U を q,ϕ_0,$\boldsymbol{R}$,$\boldsymbol{d}$ を用いて表せ．

(2) $|\boldsymbol{R}| \gg |\boldsymbol{d}|$ のとき，U の近似式をベクトル $\boldsymbol{d}$ の各成分について 1 次の範囲で求めよ．

(3) $\boldsymbol{R} = 0$，すなわち，点 $\boldsymbol{d}/2$ に電荷 q が，点 $-\boldsymbol{d}/2$ に電荷 $-q$ が配置されているとき，この電気双極子によって，点 $\boldsymbol{r}$ に生成される静電ポテンシャルを求めよ．ただし，$|\boldsymbol{r}| \gg |\boldsymbol{d}|$ として，ベクトル $\boldsymbol{d}$ の各成分について 1 次の範囲で求めよ．

(4) 前問で求めた静電ポテンシャルから，点 $\boldsymbol{r}$ に生成される電場を求めよ．

(5) $\boldsymbol{d} = (0, 0, d)$ のとき，前問の電場の概略を y-z 平面上で図示せよ．

問題 3

最外殻の p 軌道に，電子を 1 つだけ有する陽イオンが原点に位置しており，この陽イオンの周囲に 4 つの陰イオンが存在する．e を電気素量として，電子の電荷を $-e$ とする．陰イオンの電荷はいずれも $-e$ であり，a を正の定数として，xyz 座標空間における 4 つの陰イオンの座標は，それぞれ $(a,0,0)$，$(-a,0,0)$，$(0,a,0)$，$(0,-a,0)$ である．これら 4 つの陰イオンによって点 $\mathbf{r}=(x,y,z)$ に生成される静電ポテンシャル $\phi(\mathbf{r})$ は，$|\mathbf{r}| \ll a$ のとき，定数項を無視すると x,y,z について 2 次までの範囲で次式で近似できる．

$$\phi(\mathbf{r}) \simeq -\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x^2+y^2-2z^2}{a^3} \tag{i}$$

ここで，ε_0 は真空の誘電率である．以下の問に答えよ．

(1) n を 2 以上の整数として，一般に n 重に縮退している状態に摂動 H' が加わったとき，エネルギー固有値を調べるにはどのような解析を行えばよいか．その手順を簡潔に説明せよ．

陰イオンが存在せず陽イオンが孤立している場合，電子のスピン自由度を無視すると，p 軌道には 3 つの状態が存在し，それら 3 つの状態のエネルギー固有値は縮退している．3 次元極座標を導入して，$x=r\sin\theta\cos\phi$, $y=r\sin\theta\sin\phi$, $z=r\cos\theta$ と書くと，p 軌道の 3 つの状態の波動関数は，それぞれ以下のように書ける．

$$\psi_1(r,\theta,\phi) = Cf(r)\mathrm{e}^{i\phi}\sin\theta \tag{ii}$$

$$\psi_0(r,\theta,\phi) = f(r)\cos\theta \tag{iii}$$

$$\psi_{-1}(r,\theta,\phi) = Cf(r)\mathrm{e}^{-i\phi}\sin\theta \tag{iv}$$

ここで，$f(r)$ は動径方向の r 依存性を記述する関数であり，C は正の定数である．

(2) これら 3 つの波動関数 (ii)，(iii)，(iv) が規格化されているとして，定数 C の値を求めよ．

(3) p 軌道の電子が，4 つの陰イオンとのクーロン相互作用による摂動を受けるとき，p 軌道の 3 つの状態のエネルギーは分裂する．どのようにエネルギーが分裂するかを説明せよ．ただし，4 つの陰イオンが生成する静電ポテンシャルは，式 (i) によって近似できるとする．

(4) 前問で得た結果の物理的解釈を述べよ．

問題 4

熱力学第 2 法則には，以下に述べるように互いに同等ないくつかの表現がある．

- クラウジウスの原理
  低温の物体から高温の物体へ，他に何の変化も伴わずに，熱が移動することはない．
- トムソンの原理
  一つの物体から得た熱を，他に何の変化も伴わずに，すべて仕事に変えることは不可能である．
- エントロピー増大の原理
  孤立系において起こりうる変化は，エントロピーが増大する方向であり，生じた変化の過程は不可逆過程である．

以下の問に答えよ．

(1) クラウジウスの原理に反する熱機関が存在したとすると，低温の物体 A から高温の物体 B へ，他に何の変化も伴わずに，熱が移動することになる．これら 2 つの物体を熱源として作動する熱機関を考えることで，クラウジウスの原理に反する熱機関の存在が，トムソンの原理に反することを説明せよ．

(2) 前問の結果より，トムソンの原理が成り立つならばクラウジウスの原理が成り立つことになる．その理由を簡潔に述べよ．

(3) 温度が異なる 2 つの物体があり，全体としては孤立系とする．2 つの物体を接触させたとき，温度が高い方の物体から，温度が低い方の物体へ熱が移動した．この過程が不可逆過程であることを説明せよ．

(4) 位置が固定され気体分子を通さないしきりによって，2 つの領域に分けられた容器がある．それぞれの領域には温度が等しい同種の気体が封入されており，全体は断熱壁で囲まれている．それぞれの領域に封入された気体の化学ポテンシャルが異なる場合に，しきりを位置が固定され気体分子を通すしきりに変えるとどのような変化が生じるか．エントロピー増大の原理に基づいて説明せよ．